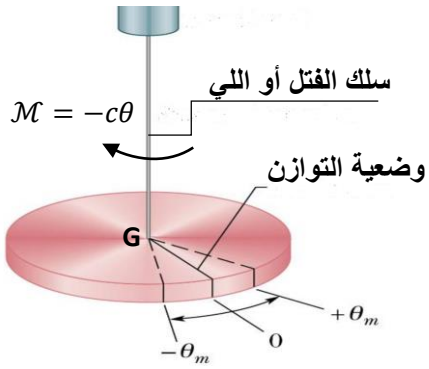
وثيقة 7	جمل النواسات PEMDULUMS SYSTEMS

ثالثا: نواس الفتل



تعريف: تعريف: نواس الفتل عبارة عن جسم صلب معلق في سلك أو خيط لف أو لي شاقولي، مركز كتلتهG ينطبق على محور الخيط (الشكل) ، عندما يدور الجسم حول محور السلك، رد فعل هذا الأخير عبارة عن قوى إرجاع معاكسة عزمها بالنسبة لمحور الدوران يتناسب مع زاوية الفتل " او اللي" θ . (قانون هوك):

$$\mathcal{M} = -c\theta$$

الطريقة 1: دراسة الجملة - المبدأ الأساسي للتحريك

$$\sum M_{/0}\left(\vec{F}\right) = J\ddot{\theta}$$

$$-c\theta = J\ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta} + \frac{c}{J}\theta = 0$$

نضع $\omega_0^2 = \frac{c}{J}$:

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

وهي المعادلة التفاضلية لهذا الهزاز التوافقي.

دور نواس الفتل:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{c}}$$

الطريقة 2: دراسة الجملة – طريقة الطاقة (رايلي)

- الطاقة الحركية لجسم دوار: $E_C = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$
- الطاقة الكامنة المخزنة في خيط الفتل(بالمقارنة مع الطاقة المخزنة في النابض): $E_p = \frac{1}{2}c\theta^2$
- الطاقة الكلية: $E_T = E_C + E_p = \frac{1}{2}c\theta^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = Cte$

إذن:

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}c\theta^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2\right) = 0$$

$$\Rightarrow c\theta\dot{\theta} + J\dot{\theta}\ddot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \dot{\theta}\left(c\theta + J\ddot{\theta}\right) = 0$$

لكن $\dot{\theta} \neq 0$ ، إذن:

$$J\ddot{\theta}+c\theta=0 \quad \Rightarrow \ddot{\theta}+\frac{c}{J}\theta=0$$

وهي نفسها المعادلة المستنتجة بطريقة المبدأ الأساسي للتحريك.

الطريقة 3: دراسة الجملة – طريقة لاغرانج

➢ دالة لاغرانج، من علاقات الطاقة السابقة:

$$L=\frac{1}{2}J\dot{\theta}^{2}-\frac{1}{2}C\theta^{2}$$

➢ معادلة لاغرانج:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right)-\frac{\partial L}{\partial \theta}=0$$

$$\Rightarrow J\dot{\theta}\ddot{\theta}+C\theta\dot{\theta}=0 \qquad \Rightarrow \dot{\theta}(J\ddot{\theta}+C\theta)=0$$

السرعة الزاوية ليست معدومة عموما $\dot{\theta}\neq 0$، إذن:

$$J\ddot{\theta}+c\theta=0 \quad \Rightarrow \ddot{\theta}+\frac{c}{J}\theta=0$$

وهي نفسها المعادلة المستنتجة بطريقة المبدأ الأساسي للتحريك و طريقة الطاقة.